Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Факультет прикладної математики

Кафедра системного програмування і спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконав: Перевірила:**

Студент групи **КВ-32** доцент кафедри СП СКС

Сидоренко Владислав Олегович \_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2014 р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **01.24** | **02.24** | **03.24** | **04.24** | **05.24** | **06.24** | **07.24** | **08.24** | **09.24** | **Σ** |
| **Уточнення**  **умови** |  |  | **+** |  |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ІІІ семестр

Київ 2014

**Завдання 01.24**

**Умова:**

На фірму привезли 20 процесорів в одній коробці. 8 процесорів Athlon і 12 процесорів Duron. Яка ймовірність того, що із 15 вибраних навмання процесорів 5 будуть типу Athlon?

**Формула:**

Загальна формула статистичної ймовірності: , де *m* – кількість сприятливих подій, а *n* – загальна кількість варіантів. Скористаємося формулою гіпергеометричного розподілу () :

В нашому випадку , тобто кількість способів, якими ми можемо вибрати 15 процесорів з 20.

, де – кількість способів, якими ми можемо обрати 5 процесорів Athlon з партії, а - кількість способів, якими ми можемо обрати 10 процесорів Duron з партії.

Нехай А – подія, яка показує, що з 15 вибраних навмання процесорів 5 будуть типу Athlon. Тоді:

**Розрахунки:**

**Відповідь**:

**Завдання 02.24**

**Умова:**

В місті проводиться перевірка підприємств на використання ліцензійного

програмного забезпечення. Перевіряються 200 з 1420 підприємств. З загальної

кількості підприємств 980 використовують неліцензійне програмне забезпечення. Яка найімовірніша кількість виявлених випадків використання неліцензійних програм, якщо одне підприємство може перевірятися багаторазово (просто перевіряються інші програмні пакети)? Кожне з підприємств використовує або повністю ліцензійне, або повністю неліцензійне програмне забезпечення.

**Формула:**

Так як одне підприємство може перевірятися багаторазово, то події є незалежними і ймовірність їх появи є постійною, тож ми можемо скористатися формулою знаходження найбільш можливого значення появи події в схемі Бернулі: , де n – кількість випробувань (в нашому випадку 200), p – ймовірність появи події (в нашому випадку ймовірність того, що буде виявлено компанію, що використовує неліцензійне ПЗ), q - ймовірність не появи події.

Скористуємося загальною формулою визначення статистичної ймовірності:

, де *m* – кількість сприятливих подій, а *n* – загальна кількість варіантів.

В нашому випадку .

Тоді .

**Розрахунки:**

**Відповідь**: 134

**Завдання 03.24**

**Умова:**

Відомо, що імовірність влучення даним стрілком у мішень хоча б один раз із трьох пострілів дорівнює 0,75. Знайти імовірність того, що він при двох пострілах обидва рази влучив у мішень.

*Уточнення умови: нехай при кожному пострілі стрілок може влучити у мішень з постійною ймовірністю.*

**Формула:**

Нехай А – подія, при якій стрілець влучить у мішень хоча б один раз із трьох пострілів. Тоді , де – ймовірність того, що стрілець не влучить у мішень при одному пострілі.

З цієї формули виведемо q:

З цього випливає:

Нехай B – подія, при якій стрілець при двох пострілах обидва рази влучив у мішень. Тобто він влучив **і** перший раз, **і** другий. Так як події незалежні, скористаємося формулою:

**Відповідь**:

**Завдання 04.24**

**Умова:**

Імовірність появи події в кожному з 10 000 незалежних випробувань дорівнює 0,75. Знайти таке число ε > 0 , щоб з імовірністю 0,979 абсолютна величина відхилення частоти події від її імовірності була не більша за ε.

**Формула:**

, де

Ф – інтегральна функція Лапласа,

– ймовірності появи та не появи події відповідно,

– деяке додатне число.

**Розрахунки:**

За умовою:

З таблиці значенню відповідає значення .

Тоді:

**Відповідь**: 0.01

**Завдання 05.24**

**Умова:**

Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, початкові моменти 3-го та 4-го порядків, центральний момент 3-го порядку дискретної випадкової величини Х, заданої законом розподілу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 3 | 7 | 11 |
| *P* | 0.56 | 0.31 | 0.07 | 0.06 |

**Розрахунки:**

**Відповідь:**

* **одиниць**
* **одиниць2**
* **одиниць**
* **одиниць3**
* **одиниць4**
* **одиниць3**

**Завдання 06.24**

**Умова:**

Дана функція розподілу неперервної випадкової величини *X:*

Знайти диференціальну функцію розподілу (щільність імовірності).

**Формула:**

Згідно з визначенням щільності розподілу:

Тож, для того, щоб знайти щільність розподілу, нам потрібно продиференціювати функцію розподілу.

**Відповідь**:

**Завдання 07.24**

**Умова:**

Побудувати гістограму частості заданого розподілу вибірки

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Інтервали | (3,5) | (5,7) | (7,9) | (9,11) | (11,13) | (13,15) | (15,17) |
| Частоти | 4 | 6 | 20 | 40 | 20 | 4 | 6 |

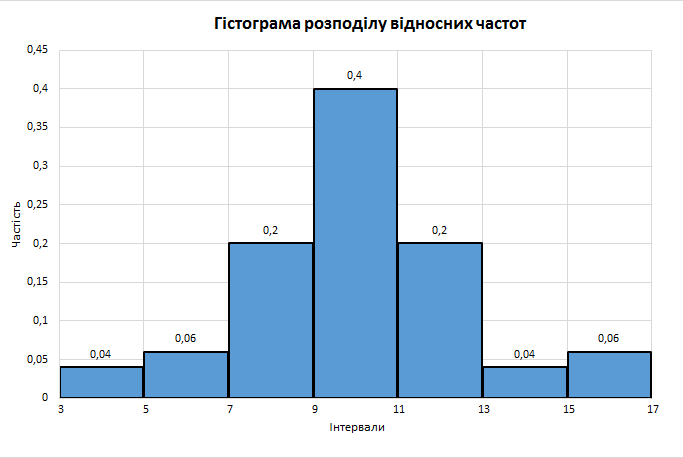
Розв’язання:

Спочатку, для того, щоб побудувати гістограму відносної частоти розподілу вибірки знайдемо загальну кількість предметів:

Будуємо таблицю статистичного розподілу (:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (3,5) | (5,7) | (7,9) | (9,11) | (11,13) | (13,15) | (15,17) |
|  | 0.04 | 0.06 | 0.2 | 0.4 | 0.2 | 0.04 | 0.06 |

Будуємо гістограму:



**Завдання 08.24**

**Умова:**

1. Побудувати таблицю статистичного розподілу.
2. Обчислити центральний емпіричний момент третього порядку.
3. Найти моду.

3.41 3.59 3.28 3.32 3.41 2.54 2.98 2.91 3.42 2.29

2.99 3.08 3.67 4.06 3.06 2.91 2.96 2.95 2.89 3.00

3.04 2.11 2.30 3.08 2.32 3.87 2.61 4.90 0.93 2.29

2.64 4.26 3.01 1.06 2.13 3.39 2.60 2.07 2.46 2.22

1.08 3.79 3.17 4.18 2.51 3.39 1.90 2.63 3.37 2.82

**Розрахунки:**

**1.** Побудувати таблицю статистичного розподілу

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0,93 | | 1,06 | | | | 1,08 | | | | 1,9 | | 2,07 | | | 2,11 | | | 2,13 | | | 2,22 | | | 2,29 | | | 2,3 | 2,32 | | | 2,46 | |
| *ni* | 1 | | 1 | | | | 1 | | | | 1 | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 2 | | | 1 | 1 | | | 1 | |
| *xi* | 2,51 | | 2,54 | | | | 2,6 | | 2,61 | | | | 2,63 | | | 2,64 | | | 2,82 | | | 2,89 | | | 2,91 | | | 2,95 | | | 2,96 | | 2,98 |
| *ni* | 1 | | 1 | | | | 1 | | 1 | | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 2 | | | 1 | | | 1 | | 1 |
| *xi* | | 2,99 | | 3 | 3,01 | | | 3,04 | | | | 3,06 | | | 3,08 | | | 3,17 | | | 3,28 | | | 3,32 | | | 3,37 | | | 3,39 | | | |
| *ni* | | 1 | | 1 | 1 | | | 1 | | | | 1 | | | 2 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 2 | | | |
| *xi* | 3,41 | | | | | 3,42 | | | | 3,59 | | | | 3,67 | | | 3,79 | | | 3,87 | | | 4,06 | | | 4,18 | | | | 4,26 | | | 4,9 |
| *ni* | 2 | | | | | 1 | | | | 1 | | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | | 1 | | | 1 |

**2.** Обчислити центральний емпіричний момент третього порядку

**3.** Найти моду

Найбільше значення *ni = 2.* Тоді маємо 5 мод: 2.29; 2.91; 3.08; 3.39; 3.41.

**Відповідь**:

Моди:

* 2.29
* 2.91
* 3.08
* 3.39
* 3.41

**Завдання 09.24**

**Умова:**

Відділ отримав партію з 12 інтегральних схем. Ймовірність того, що одна з цих схем бракована – 90%, а з ймовірністю 10% усі схеми в ідеальному стані. Нехай ми перевірили 11 схем і усі вони були без браку. Яка ймовірність того, що остання схема буде бракованою?

**Формула:**

Нехай А – подія, при якій одна з схем бракована, а В – подія, при якій у перших 11 схемах немає браку.

Тоді нам потрібно знайти ймовірність , тобто ймовірність того, що одна зі схем є бракованою при тому, що у перших 11 схемах браку не виявлено. Скористаємося формулами Бейса:

**Розрахунки:**

За умовою .

Якщо брак все таки наявний, то ймовірність того, що бракована буде 12 схема:

, так як події є рівноймовірними.

Скористуємося формулою:

Підставимо значення у формули Бейса:

**Відповідь**: 0.42857

**Завдання 10.24**

**Умова:**

Для того, щоб знайти точність вимірювального приладу, систематична помилка якого фактично дорівнює нулю, було проведено 5 випробувань. Результати цих випробувань записані у таблиці:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вимірювання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| м | 2781 | 2836 | 2807 | 2763 | 2858 |

Знайти незміщену дисперсію значень вимірювального приладу, якщо:

а) значення вимірюваної величини відомо і дорівнює 2800м;

б) значення вимірюваної величини невідомо.

**Розрахунки:**

**a)**

В цьому випадку – це значення вимірюваної величини і м.

Так як значення відоме, використовується формула:

Тож:

**б)**

Якщо невідоме, то:

Так як не дано за умовою, то для знаходження незміщенної використовується формула:

Підставляємо значення:

**Відповідь:**

а)

б)